

# 用“平面”拨开高中物理立体空间问题的迷雾

张知苗

(陕西省西安市临潼区华清中学 陕西西安 710600)

**摘要:** 全国高考物理命题委员会在比较各学科特点及其对学生素质和能力发展贡献的基础上,根据学科的特点和需要,从中学物理教学和高考命题的实践经验出发,对物理能力提出了五个方面的要求:理解能力、推理能力、分析综合能力、应用数学处理物理问题的能力以及实验能力。其中分析综合能力要求:能够把一个较复杂问题分解为若干较简单的问题,找出它们之间的联系;能够提出解决问题的方法,运用物理知识综合解决所遇到的问题。本文通过三道例题的解析过程,论述了如何用平面来解决复杂的立体空间的问题。

**关键词:** 平面 立体空间

**中图分类号:** G633.7 **文献标识码:** A

**DOI:** 10.12218/j.issn.2095-4743.2023.01.143

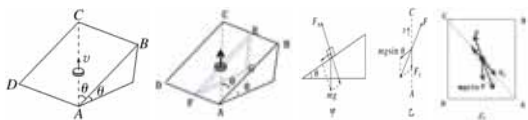
立体空间的题目是与立体几何结合的较复杂的题目,主要是考察逻辑思维能力和推理能力及空间想象能力,空间想象能力是物理学科的教学重点和难点,学生空间想象能力差,没有明确的空间方位观念,就无法画出图像,从而无法应用物理图像解决问题,而失去对物理学习的兴趣。

我们可以把立体空间进行分解成多个面,通过找面来解决立体空间的题目,从而达到把复杂问题分解为若干较简单的问题的目的。

## 一、例题1 立体斜面上的受力问题

(2021·湖北省1月选考模拟·6)如图所示,矩形平板ABCD的AD边固定在水平面上,平板与水平面夹角为 $\theta$ ,AC与AB的夹角也为 $\theta$ 。质量为 $m$ 的物块在平行于平板的拉力作用下,沿AC方向匀速运动。物块与平板间的动摩擦因数 $\mu = \tan \theta$ ,重力加速度大小为 $g$ ,则拉力大小为:

- A.  $2mg\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$  B.  $2mg\sin\theta$  C.  $2mg\sin\frac{\theta}{2}$  D.  $mg\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$

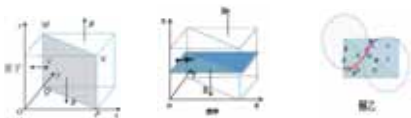


本题创设了一个立体的斜面,考查的知识点是重力、弹力、摩擦力的大小和方向,考查的能力素养是平行四边形定则的应用和二力平衡。学生需要具备的基础知识是能知道弹力、重力、摩擦力的方向,需要具有的物理观念是运动与相互作用的观念,具有的科学思维能力是:①具有空间想象的能力,能想到在立体空间中的截面上进行受力分析;②模型建构的能力,能建构平行四边形求合力;③理解能力。

**解析过程:** 取截面EFG对物块进行截面上力的受力分析,如图甲所示,重力 $mg$ ,支持力 $F_N$ ,对重力进行分解得,沿斜面向下的分力为 $mg\sin\theta$ ,支持力 $F_N = mg\cos\theta$ 。再取斜面ABCD对物块进行平面上的受力分析,如图乙所示,重力沿斜面向下的分力为 $mg\sin\theta$ ,滑动摩擦力 $F_f = \mu F_N = mg\sin\theta$ ,方向沿运动的反方向,则由平行四边形定则得重力沿斜面向下的分力为 $mg\sin\theta$ ,滑动摩擦力 $F_f = \mu F_N = mg\sin\theta$ 的合力大小为 $2mg\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$ ,再二力平衡知道拉力与重力沿斜面向下的分力和滑动摩擦力的合力大小相等,得拉力的大小为 $F = 2mg\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$ ,故A正确。

## 二、例题2 质子在立体空间中的运动

(2022·广东)如图所示,一个立方体空间被对角平面划分成两个区域,两区域分布有磁感应强度大小相等、方向相反且与 $z$ 轴平行的匀强磁场。一质子以某一速度从立方体左侧垂直平面进入磁场,并穿过两个磁场区域。下列关于质子运动轨迹在不同坐标平面的投影中,可能正确的是( )



- A. B. C. D.

本题创设了一个立体空间组合磁场,考查的知识点是粒子在洛伦兹力的作用下做匀速圆周运动,学生需要具备的知识是会用左手定则判断质子在磁场中做的圆周运动,并画出图像。需要具有的物理观念是:①物质观,磁场是一种看不到、摸不着但真实存在的物质,它充斥于空间之中;②运动

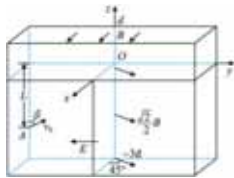
与相互作用的观念。具有的科学思维能力是：①具有空间想象的能力；②模型建构的能力，能画出圆；③理解能力。

解析过程：本题可以把质子水平速度与洛伦磁力所在的面作为一个平面，则磁场垂直于这个平面（如图甲）的水平面，外面的磁场垂直平面向下，里边的磁场垂直平面向上，这样就把质子在立体空间中的运动转变成质子在平面中的运动（如图乙），质子在平面中做匀速圆周运动，用左手定则判断出质子的运动方向。本题把质子在立体空间中的运动转化为平面上的运动，从而很好地解决了立体空间带给我们的迷惑性，得到正确选项A。

### 三、例题3 离子在立体组合场中的运动

（2022·山东）中国“人造太阳”在核聚变实验方面取得新突破，该装置中用电磁场约束和加速高能离子，其部分电磁场简化模型如图所示，在三维坐标系 $0\text{-}xyz$ 中， $0 < z < d$ 的空间内充满匀强磁场I，磁感应强度大小为 $B$ ，方向沿 $x$ 轴正方向； $-3d < z < 0, y > 0$ 的空间内充满匀强磁场II，磁感应强度大小为 $\frac{\sqrt{2}}{2}B$ ，方向平行于 $xoy$ 平面，与 $x$ 轴正方向夹角为 $45^\circ$ ；在 $z < 0, y \leq 0$ 的空间内充满沿 $y$ 轴负方向的匀强电场。质量为 $m$ 、带电量为 $+q$ 的离子甲，从 $yoz$ 平面第三象限内距 $y$ 轴为 $L$ 的点A以一定速度出射，速度方向与 $z$ 轴正方向夹角为 $\beta$ ，在 $yoz$ 平面内运动一段时间后，经坐标原点 $O$ 沿 $z$ 轴正方向进入磁场I。不计离子重力。

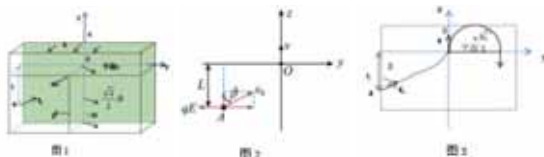
- （1）当离子甲从A点出射速度为 $v_0$ 时，求电场强度的大小 $E$ ；
- （2）若使离子甲进入磁场后始终在磁场中运动，求进入磁场时的最大速度 $v_m$ ；
- （3）离子甲以 $\frac{qBd}{2m}$ 的速度从 $O$ 点沿 $z$ 轴正方向第一次穿过 $xoy$ 平面进入磁场I，求第四次穿过 $xoy$ 平面的位置坐标（用 $d$ 表示）；
- （4）当离子甲以 $\frac{qBd}{2m}$ 的速度从 $O$ 点进入磁场I时，质量为 $4m$ 、带电量为 $+q$ 的离子乙，也从 $O$ 点沿 $z$ 轴正方向以相同的动能同时进入磁场I，求两离子进入磁场后，到达它们运动轨迹第一个交点的时间差 $\Delta t$ （忽略离子间相互作用）。



本题创设了一个复杂的立体空间组合场，带电离子在电场中的加速、在磁场中的圆周运动问题。本题将物理知识与立体几何联系，考查了学生对场的空间性的理解，学生需要具备的基础知识是牛顿第二定律及运动学知识，知道离子在电场力的作用下做减速运动。具备的能力是能把曲线运

动分解成两个直线运动。磁场中应该具备的基础知识有：知道洛伦磁力作用下匀速圆周运动的半径公式及周期公式，具备的能力是能够画出磁场中匀速圆周运动的图像，找出圆心、求出半径。需要具有的物理观念是：①物质观：电场、磁场是一种看不到、摸不着但真实存在的物质，它们充斥于空间之中；②运动与相互作用的观念。具有的科学思维能力是：①理解能力；②具有空间想象的能力，能对立体空间进行分解；③推理论证的能力，能对曲线运动的离子在两个方向上进行分解，沿 $z$ 轴正方向做匀速直线运动，沿 $y$ 轴正方向做匀减速直线运动，能对离子在洛伦兹力的作用下的圆周运动进行推理论证画出圆，找到圆心求出半径；④模型建构的能力，能画出圆周运动的模型。

解析过程：（1）如图所示



速度 $v_0$ 方向与电场力方向在同一面上，质子在平面1（图1）的第三象限内做类斜抛运动。将离子甲从A点的出射速度为 $v_0$ 分解到沿 $y$ 轴方向和 $z$ 轴方向（图2），离子受到的电场力沿 $y$ 轴负方向，可知离子沿 $z$ 轴正方向做匀速直线运动，沿 $y$ 轴正方向做匀减速直线运动，轨迹如图3第三象限，到 $O$ 点时沿 $y$ 轴方向速度减为零，从A到O的过程，有

$$\text{沿}z\text{轴正方向} \quad L = v_0 \cos \beta \cdot t$$

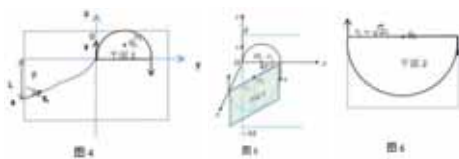
$$\text{沿}y\text{轴正方向} \quad v_0 \sin \beta = at$$

$$a = \frac{qE}{m}$$

联立解得

$$E = \frac{mv_0^2 \sin \beta \cos \beta}{qL}$$

（2）离子从坐标原点 $O$ 沿 $z$ 轴正方向进入磁场I中，继续在平面1的第一象限内运动，即在磁场I中做匀速圆周运动，经过磁场I偏转后从 $y$ 轴进入磁场II中，将在平面2内继续做匀速圆周运动（图5），图6所示为把三维立体空间中的平面2转化为二维平面，从而回到我们所熟悉的圆周运动模型中来。



由洛伦兹力提供向心力可得

$$qvB = \frac{mv^2}{r_1}, qv \frac{\sqrt{2}}{2} B = \frac{mv^2}{r_2}$$

可得

$$r_2 = \sqrt{2}r_1$$

为了使离子在磁场中运动, 则离子在磁场I运动时, 不能从磁场I上方穿出(图4)

得  $r_1 \leq d$ ,

在磁场II运动时, 不能从  $xoz$  平面穿出, 则离子在磁场用运动的轨迹半径需满足

$$r_2 \leq 3d$$

联立可得

$$v \leq \frac{qBd}{m}$$

要使离子甲进入磁场后始终在磁场中运动, 进入磁场时的最大速度为  $\frac{qBd}{m}$ ;

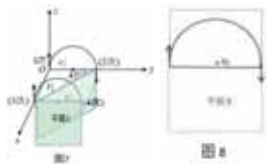
(3) 离子甲以  $\frac{qBd}{2m}$  的速度从  $o$  点沿  $z$  轴正方向第一次穿过  $xoy$  面进入磁场I, 离子在磁场I中的轨迹半径为

$$r_1' = \frac{mv}{qB} = \frac{d}{2}$$

离子在磁场II中的轨迹半径为

$$r_2' = \frac{mv}{q \frac{\sqrt{2}}{2} B} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

离子从  $o$  点第一次穿过到第四次穿过  $xoy$  平面的运动情景, 如图7所示, 图8所示为把三维立体空间中的平面3转化为二维平面, 从而回到我们所熟悉的圆周运动模型中来。



离子第四次穿过  $xoy$  平面的  $x$  坐标为

$$x_4 = 2r_2' \sin 45^\circ = d$$

离子第四次穿过  $xoy$  平面的  $y$  坐标为

$$y_4 = 2r_1' = d$$

故离子第四次穿过  $xoy$  平面的位置坐标为  $(d, d, 0)$ 。

(4) 设离子乙的速度为  $v'$ , 根据离子甲、乙动能相同, 可得

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 4mv'^2$$

可得

$$v' = \frac{v}{2} = \frac{qBd}{4m}$$

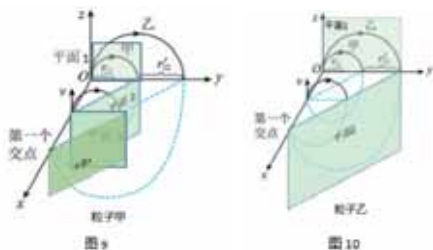
离子甲、离子乙在磁场I中的轨迹半径分别为

$$r_{11}' = \frac{mv}{qB} = \frac{d}{2}, r_{12}' = \frac{4mv'}{qB} = d = 2r_1'$$

离子甲、离子乙在磁场II中的轨迹半径分别为

$$r_{21} = \frac{mv}{q \frac{\sqrt{2}}{2} B} = \frac{\sqrt{2}d}{2}, r_{22} = \frac{4mv'}{q \frac{\sqrt{2}}{2} B} = \sqrt{2}d = 2r_2$$

根据几何关系可知离子甲轨迹(图9)、离子乙运动轨迹(图10)第一个交点在离子乙第一次穿过  $x$  轴的位置, 如图9所示



从  $o$  点进入磁场到第一个交点的过程, 有

$$t_{\text{甲}} = T_1 + T_2 = \frac{2\pi m}{qB} + \frac{2\pi m}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B} = (2 + 2\sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

$$t_{\text{乙}} = \frac{1}{2}T_1' + \frac{1}{2}T_2' = \frac{1}{2} \frac{2\pi \times 4m}{qB} + \frac{1}{2} \times \frac{2\pi \times 4m}{q \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} B} = (4 + 4\sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

可得离子甲、乙到达它们运动轨迹第一个交点的时间差为

$$\Delta t = t_{\text{乙}} - t_{\text{甲}} = (2 + 2\sqrt{2}) \frac{\pi m}{qB}$$

本题中电场力方向与速度方向在同一个平面内, 磁场力方向与速度方向在一个平面内, 质子总归是在平面内运动的, 所以我们可以把质子在三维立体空间中的运动分解到在二维平面上来解决, 从而使复杂的空间运动简单化。

### 结语

立体空间问题的难点是如何在空间中画图。图像本身对同学的基础要求就很高, 需要从物理分析过程中获得信息, 对信息进行加工分析, 才能得出正确的图像。而要在立体空间中画图, 难度更是增加了一层。本文通过对立体空间的分解, 把空间问题转变为平面问题, 使复杂的空间变成我们学习过的平面物理模型, 再从我们学习过的模型中寻找物理关系, 突破物理立体空间问题的难点。