

# 有理数的乘方（1）的教学与反思

徐姗姗

（南京师范大学附属中学仙林学校初中部 江苏南京 210046）

**摘要：**数学概念是所有数学知识建构的基础，概念教学也一定是数学教学中的重中之重。然而，概念教学经常会被忽视，容易走进只重视结论而轻视过程的误区中，从而不能全面地关注概念的生成、表达、运用和建构。本文通过对“有理数的乘方（1）”教学设计的介绍、分析与反思，提出概念课的教学更需要精细化的教学设计，以学生为主体，发展核心素养。

**关键词：**有理数的乘方 数学概念 运算能力

**中图分类号：**G633.6 **文献标识码：**A

**DOI：**10.12218/j.issn.2095-4743.2022.45.153

## 一、活动背景分析

有理数的乘方（1）选自苏科版数学七年级上册第二章第六节，有理数的乘方是有理数的一种基本运。它既是有理数乘法的推广和延续，又是后继学习有理数的混合运算、科学记数法、整式乘方，以及开方的基础，起到承前启后、铺路架桥的作用。教师在这一课的教学过程中，可以培养学生观察问题、分析问题和解决问题的能力，以及转化的数学思想，通过这一课的学习，对培养学生的学习能力和转化的数学思想起到很重要的作用。小学时，学生已经接触过一些简单的正数乘方，如边长为 $a$ 的正方形面积为 $a^2$ ，边长为 $a$ 的正方体体积为 $a^3$ ，也能进行一些简单的乘方的运算。初中阶段，学生刚刚学习了有理数的乘法运算，也掌握了有理数乘法运算的法则，尤其是多个有理数乘法运算的符号确定，这些都是有理数乘方运算的基础。但是，学生在乘方运算的学习中符号的确仍然是一个难点，如 $(-a)^n$ 与 $-a^n$ 的区分与辨析，仍是学生中的易错内容。

## 二、学习目标

1. 在现实情境中理解有理数乘方、幂、指数、底数的概念及意义，培养观察、分析、归纳、概括能力；能够进行有理数的乘方运算。
2. 经历由乘法转化引入乘方的过程，体会数学知识的内在联系；并从中感受转化的数学思想。
3. 能进行有理数乘方的计算，并通过观察、推理、归纳出有理数乘方的符号法则，培养学生的符号意识。

## 三、学习重点

1. 经历乘方概念的建立过程，理解并掌握有理数乘方、指数、底数的概念及意义。
2. 有理数乘方的计算。

## 四、学习难点

1. 有理数乘方意义的理解。2.底数、指数在乘方中的作用，有理数乘方的符号的确定。

## 五、学习过程

### 1. 自主学习

（1）复习旧知：①有理数的乘法法则\_\_\_\_\_。②几个有理数相乘，如何判断结果的符号？（2） $a^n$ 其中 $a$ 叫做\_\_\_\_\_， $n$ 叫做\_\_\_\_\_。（3）在自学中，你有什么疑问？（4）生活中有哪些乘方的实例吗？（播放拉面视频）。

【设计意图】让学生复习旧知，在自主学习中体会新旧知识之间的联系，意识到乘方知识是建立在乘法基础上的。学生通过预习初步地了解乘方的概念，虽然可能还停留在表象，即浅层次知道什么是乘方，并不一定能理解其中的意义，但是学生可以感受生活中的实际例子，有助于对于概念的理解。

### 2. 合作探究

活动：学生模拟拉面实验。

问题1：100个2相乘怎么写呢？你能想一个简洁的表达方式吗？

【设计意图】模拟拉面实验，情境与生活息息相关，让学生体会到“数学源于生活，用于生活”的理念。既能让学生动手体验，又能通过实际操作，激发学生的探究兴趣，从特殊到一般，从将绳子对折1次到对折20次，分别是 $2, 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2, 2 \times 2 \times 2 \times 2 \dots$ 发现结果是将许多个2相乘，逐步感受乘方的意义。这样有利于培养学生数学抽象和数学建模能力。学生列出算式，会发现100个2相乘写成乘法形式很不方便，体会到乘法算式的局限性。教师进一步提问，让学生思考有什么好的表达方式，并不一定要求学生说出 $2^{100}$ ，只

要言之有理即可。一般情况下，学生可以根据小学学过的平方、立方的知识说出 $2^{100}$ ，并感受引入简便表达的必要性。

问题2:  $n$ 个2相乘怎么写?  $n$ 个 $a$ 相乘呢?

归纳概念: 一般地 $n$ 个相同的因数 $a$ 相乘。

即:  $\overbrace{a \cdot a \cdots a}^n$  简记作 $a^n$ , 读作 $a$ 的 $n$ 次方, 这样的运算叫做乘方。

问题3: 你能用自己的话说说什么是乘方吗?

【设计意图】此处, 教师并不直接给出乘方的概念, 而是让学生通过思考、归纳出什么是乘方, 从而加深对乘方概念的理解。数学学习过程是基于学习个体已有知识基础、认知基础上的知识建构<sup>[1]</sup>。章建跃博士指出: 概念教学的核心是概括, 即以典型丰富的实例为载体, 引导学生展开观察, 分析事例的属性, 抽象概括共同本质属性, 归纳得出数学概念。本环节精心设计问题串, 引导学生经历观察、概括、抽象、归纳总结等活动, 建构对乘方概念的定义、内涵及其外延的理解, 深化对乘方概念的理解, 培养了学生学会观察、善于总结、勇于表达的学习习惯, 发展了学生的数学素养<sup>[2]</sup>。

### 3. 训练提升

#### (1) 例题讲解

例1: 说出下列式子中的底数、指数, 以及各式的意义并计算。

① $2^6$       ② $7^3$       ③ $(-3)^4$       ④ $(-4)^3$

提出问题: 你自己写一个正数的乘方, 再写一个负数的乘方。

(比较同学们写的负数的乘方, 如 $(-10)^4$ 与 $-10^4$ 一样吗? 如果不一样, 你能说出他们的区别吗?)

【设计意图】这里先不急于让学生做题, 首先要求学生准确地说出各式的意义, 巩固对乘方意义的理解, 正确理解算理。在此基础上再进行计算书写, 并规范板书, 帮助学生养成良好的书写规范。符号问题是本节课的难点, 先让学生自己写几个数的乘方形式, 此时, 学生写出的算式中, 负数的乘方写法会出现分歧, 如有的学生会写 $(-10)^4$ 而有的学生会写 $-10^4$ 。这样一来, 就非常自然地发现新的问题: “这两种写法一样吗?” 提出这个问题以后, 先让学生自己独立思考, 再进行小组讨论, 最终总结出两者的区别, 并帮助学生从读法、形式、意义几个方面去加以区分, 在此多花一些时间加以强调, 突破难点。类似 $(-10)^4$ 与 $-10^4$ 这样的易错问题, 需要有针对性地进行讲解和辨析。先理解两个式子意义上的不同, 算理上的区别, 再在读法上加以区分, 如 $(-10)^4$ 与 $-10^4$ 分别读作: “-10的四次方”和“10的四次

方的相反数”。

例2: 说出下列式子中的底数、指数, 以及各式的意义并计算:

① $(\frac{1}{2})^5$       ② $(\frac{3}{5})^3$       ③ $(-\frac{2}{3})^4$

提问:  $(-\frac{2}{3})^4$ 和 $-\frac{2^4}{3}$ 一样吗?

【设计意图】概念教学不仅是概念生成的过程, 而且还包括概念的多种表达、对概念的深层次理解, 以及概念的应用等。在上一个环节辨析的基础上,  $(-\frac{2}{3})^4$ 和 $-\frac{2^4}{3}$ 的辨析, 学生应该可以很快解决问题, 并能从多个方面说出两者区别。这里完全交给学生, 让学生自主辨析并说出区别。本节课的难点在于底数的辨析, 学生在进行计算时的易错点也在此。因此, 在上一题的基础上, 需要再一次重点强调, 给学生足够的时间和空间去思考、总结、完善。经过知识的迁移和拓展, 学生能够举一反三, 归纳总结, 提高了数学思维能力。

#### (2) 探索法则

$(-1)^{10}$ 、 $(-1)^7$ 、 $(-\frac{1}{2})^4$ 、 $(-\frac{1}{2})^5$ 是正数还是负数? 怎么判断它们的符号?

【设计意图】引导学生结合乘法的符号法则, 探索规律, 并归纳乘方的符号法则。正数的任何次幂都是正数; 负数的偶数次幂是正数, 负数的奇数次幂是负数, 零的任何正整数次幂都是零。这个规律要求学生能用自己的语言描述即可, 让学生在反思中学会归纳和表达, 并用归纳出的规律进行计算, 验证运算结果, 进一步培养学生的运算能力, 体会分类讨论的数学思想。

#### (3) 巩固训练

第一,  $5^2$ 表示\_\_\_个\_\_\_相乘, \_\_\_是底数, \_\_\_是指数。

第二,  $(-\frac{3}{4})^3$ 的底数为\_\_\_, 指数为\_\_\_, 写成乘法的形式为\_\_\_。

第三, 计算: ① $(-5)^3$     ② $(-\frac{1}{2})^3$     ③ $(-\frac{1}{3})^4$   
④ $-5^2$     ⑤ $0.1^4$

【设计意图】通过课堂练习, 及时反馈学生本节课的学习情况, 进一步巩固乘方的概念、乘方运算法则, 提高学生乘方运算的能力。

#### (4) 课堂小结

本节课你学习了哪些知识? 有什么收获?

【设计意图】帮助学生养成总结反思的习惯, 进一步体会乘方的算理。以及学习过程中用到的数学思想方法。

## 六、教学反思

本节课是概念课，概念课不能简而言之带而过，然后反复练习、运算操作。这样，学生无法体会真正的数学思维，无法理解数学思想，无法提升数学素养。数学概念应尽量以“概念形成”的方式进行学习，使学生经历概念形成的过程<sup>[1]</sup>。同时，这节课不仅是一节概念课，而且还对今后的运算教学起着至关重要的作用。运算能力是一种重要的数学素养，需要对学生进行持续培养。本节课的教学让学生经历了理解算法与算理之间的关系的过程，提升了学生的运算能力。在学习新的概念、公式、性质的时候，学生的探索与发现会具有一定的局限性。这就需要教师在一旁进行引导，学生的思维和能力才能得到提升与发展。

### 1. 优化情境问题设计，激发学生学习兴趣

一个好的问题情境能够让学生更快地进入学习状态，对他们理解新的数学概念有着积极的促进作用。优化情境问题的设计，不能仅仅停留在知识表面，还要深入思考知识背后的数学本质、数学逻辑和生成路径。这节课中，从生活中常见的“做拉面”的情景出发，用实例帮助学生体会从乘法到乘方的过程，逐步形成了乘方的认识，了解了算理。教师通过设置真实的情境，让学生在活动过程中学习探究，让抽象的数学知识变得形象、生动，改变学生对数学的刻板印象，改善学生对数学学习的情感、态度，体会数学的实用与趣味，提高学习数学的主动性。

### 2. 学生活动设计恰当，培养学生的学习能力

我们的教学不仅要注重学生对知识的掌握情况，而且更需要体现学生在教学中的主体地位。教师要成为教学过程中的引导者、帮助者和促进者。所以，教学设计中，教师要以学生的“学”为主，给学生足够的时间去操作、探索、发现。本节课，学生先通过观看视频有了感性认识，再进行观察、猜想、归纳与总结，体会概念形成的过程，让学生积极地参与到课堂学习之中，更为直观地感受具体问题与数学问题之间的联系。因此，笔者在前面的概念引入以及例题讲解中花了较多的时间，力求学生在理解乘方意义的基础上再进行计算。在上本节课之前，笔者听了另外两位老师的课。评课中，大家一致认为比较 $(-3)^4$ 与 $-3^4$ ， $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $-\frac{2^4}{3}$ 这里应该是本节课的难点。之前，有老师在总结了乘方的意义之后，便提出了这个问题，学生反应并不理想，难点过早的提出让

学生不知所措。学生对有理数乘方的意义尚未理解稳固的时候提出这个难点问题，很容易被绕晕，并不能有效地突破难点。因此，这个部分不适宜在概念引出之后就提，笔者将它放在了例1之后，先利用例1对乘方概念加以巩固，再让学生自己写一个负数的乘方。这时候就有学生写了 $-10^4$ ，于是很自然地便发现了问题： $-10^4$ 和 $(-10)^4$ 一样吗？这时通过读法、形式两个方面的比较，强调两者的区别，学生掌握度较高。每个学生活动非常适时地出现在各个环节中，有效地解决了课堂中的重点和难点问题。不过在这部分还有一些做的不到位的地方，如果在强调了两者区别之后，能把 $-10^4$ 和 $(-10)^4$ 的计算过程在黑板上写出来，那么，学生将有更直观的体验。这样不仅知道了两者的区别，而且也能感受到两者算法的不同，为后面的计算做好铺垫。

### 3. 在教学中渗透数学思想方法，灵活应用知识解决问题

让学生多说、多想、多做，老师不是替学生归纳，而是通过一系列的问题，让学生积极思考，引导他们归纳、总结，体验概念形成的过程。这样，更有助于学生对概念的理解与记忆。同时，让学生在预习的基础上，感受生活中的乘方，将概念与生活实际紧密地联系起来，让学生体会到数学知识来源于生活，生活中少不了数学。概念课必须紧紧围绕“概念”两字，而这节课的重点是让学生弄清楚乘方的意义。因此，每一个例题都先让学生说出底数、指数以及该式的意义，不断地强化概念。让学生在说的过程中不断强化有理数的乘方是化为有理数的乘法来进行计算，渗透转化思想。在有理数乘方的符号法则的归纳过程中，渗透分类讨论的思想方法。对于数学概念的真正理解主要表现为对数学概念的灵活应用，只有达到对于数学概念的灵活应用，才能显现出数学概念的价值和意义。

## 参考文献

- [1]郭玉峰,刘春燕,陈国红.数学学习论[M].北京:北京师范大学出版社,2015.
- [2]许斌.精致概念教学,发展核心素养,落实育人价值——以“有理数的乘方”教学为例[J].初中生世界,2020(44):76-77.
- [3]韩淑龙,刘凯,陈锦楠.促进深度思维的数学概念教学研究[J].教学与管理,2020(12):95-97.