

浅析《水力学》课程中的压力体

邓 欢

(桂林理工大学环境科学与工程学院 广西桂林 541004)

摘要: 在《水力学》和《流体力学》等课程中涉及计算作用于二向曲面上的静水压力时, 需要先计算出静水压力 P 的水平分力 P_x 和垂直分力 P_z , 再求合力。而在求解垂直分力 P_z 时, 分析压力体为关键所在, 同时也是教学中的难点。文章介绍了压力体的概念、构成和类型, 以及绘制压力体的要点和步骤, 为学生能够正确理解和绘制压力体提供一些参考。

关键词: 压力体 垂直分力 静水压力 二向曲面

中图分类号: G641 **文献标识码:** A

DOI: 10.12218/j.issn.2095-4743.2022.37.127

水利工程中常遇到受压面为二向曲面的情况, 如拱坝坝面、弧形闸门、球形容器等, 由于曲面各处所受到的静水压强的方向及大小都不相同, 因此在计算作用于其上的静水压力 P 时, 要将问题转变成求平行力系的合力问题。先分别计算出作用于曲面水平方向上的分力 P_x 和垂直方向上的分力 P_z , 再求二力的合力即为静水压力 P 。如图1, 二向曲面 AB 一侧承受水压力, 其母线平行于 Oy 轴, 曲面宽为 b , 面积为 A 。水平分力 P_x 相当于是作用在曲面 AB 在 yOz 平面上的投影面 A_x 上的静水压力, 可通过平面上的静水压力求解方法得以解决。求解垂直分力 P_z 时, 则需要分析压力体体积, 因此能正确理解和绘制压力体便成为计算垂直分力 P_z 的关键^[1]。而压力体是一个比较抽象的概念, 是学生在《水力学》和《流体力学》等课程的过程中感到比较困难的部分。

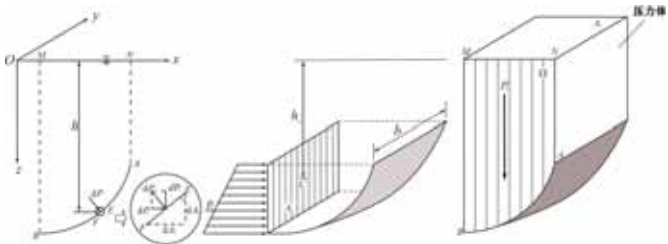


图1 作用于二向曲面 AB 上的静水压力示意图

一、压力体的概念

在曲面 AB 上沿母线方向任取条形微元面 EF , 其面积为 dA , 可视为倾斜平面, 与铅垂面的夹角为 α , 作用在 EF 面上的压力为 dP 。

在微元面 EF 上, 静水压力 dP 沿垂直方向的分力 dP_z 为

$$dP_z = dP \sin \alpha = \rho g h dA_z \sin \alpha \quad (1)$$

其中 $dA \sin \alpha$ 可看作是 dA 在 xOy 平面上的投影面积, 记为 dA_z , 代入式(1)

$$dP_z = \rho g h dA_z \quad (2)$$

$h dA_z$ 是以微元面 EF 的水平投影面为底, b 为宽, h 为高的微小柱体体积, 则 $\rho g h dA_z$ 为以此体积计算的水体重量。

那么, 整个曲面 AB 上静水压力的垂直分力 P_z , 可看作是无限个 dP_z 的合力, 故有

$$P_z = \int dP_z = \rho g \int_{A_z} h dA_z = \rho g V \quad (3)$$

$$\text{式中, } V = \int_{A_z} h dA_z$$

为受压曲面与自由液面(或自由液面的延续面)之间的无数微小柱体体积之和, 该空间体积称为压力体^[3]。因此, 作用于曲面上的静水压力 P 的垂直分力 P_z 等于压力体体积所表示的液体重量。垂直分力 P_z 的作用线, 应通过压力体的体积形心。

令压力体的 $ABMN$ 面面积为 Ω , 则

$$V = b \Omega \quad (4)$$

压力体和实际水体并不一定在受压曲面的同一侧。图2(a)所示的水体与压力体位于曲面同侧, 看似压力体内部装满了水。图2(b)所示的水体与压力体位于曲面两侧, 压力体内部并不存在水体。可见, 压力体仅是一个抽象的体积概念, 是作为计算曲面上垂直分力 P_z 大小的一个数值当量, 与其内部是否存在水体无关, 它不一定是由实际水体所构成^[2-4]。

二、压力体的构成

压力体是一个空间体积, 由下列周界面所围成:

- (1) 受压曲面本身;
- (2) 自由液面或自由液面的延续面;
- (3) 通过受压曲面的边缘向自由液面或自由液面的延续面所作的铅垂平面。

三、压力体的种类

虽然曲面上垂直分力 P_z 的大小与压力体内部是否存在液

体无关,但其方向却与之有关。对于二向曲面, P_z 的方向可以由静水压力垂直指向受压面的性质判断出来。图2 (a) 所示的曲面左侧有水, P_z 方向向下, 此时压力体与水体在曲面的同侧; 图2 (b) 所示的曲面右侧有水, P_z 方向向上, 此时压力体与水体在曲面的两侧。

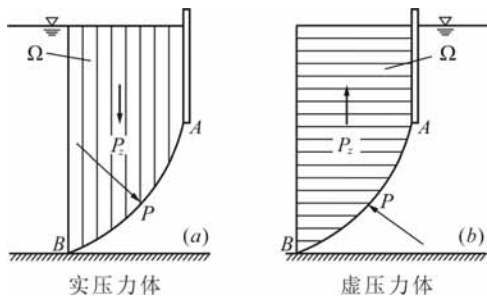


图2 压力体示意图

根据压力体和液体是否在受压曲面的同侧, 将压力体分为实压力体和虚压力体。当绘出的压力体与对曲面施压的水体居于受压曲面同侧时, 就像压力体内充满了液体, 称为实压力体, 所示垂直分力 P_z 向下; 当绘出的压力体与对曲面施压的水体分居受压曲面两侧时, 压力体内无液体存在, 称为虚压力体, 所示垂直分力 P_z 向上。

四、压力体的绘制要点

将构成压力体的所有周界勾勒出来形成一个封闭体积, 即可绘制出压力体, 并根据压力体的种类判断垂直分力 P_z 方向。在绘制压力体时, 需要注意以下方面:

(1) 自由液面要寻找正确。

与大气相接触的液面称为自由液面, 液面上的相对压强为零。若未封闭容器中存在多个液面, 要将自由液面全部找出, 其他液面则不用考虑, 如图3 (a)。若液体处在封闭容器里, 则需要找到相对压强为零的参考面模拟出自由液面, 如图3 (b) 和 (c)。

(2) 对复杂受压曲面要进行分段。

当受压曲面上某处的切平面为铅垂面时, 以此处为分界面可将曲面分成若干部分, 分别绘出各部分的压力体, 然后合起来得到曲面的压力体。以图3 (b) 为例, 曲面AB上C处铅垂面与之相切, 将曲面分成了AC和BC两个部分, 分别绘出AC曲面和BC曲面两部分的压力体, 见图4 (a) 和图4 (b)。AC曲面压力体为虚压力体, 垂直分力 P_z 方向向上, BC曲面压力体为实压力体, 垂直分力 P_z 方向向下, 两部分合起来时重叠部分压力体大小相等, 垂直分力 P_z 方向相反, 见图4 (c)。此时, 重叠部分垂直分力 P_z 等于0, 相当于压力体可相互抵消, 合成后曲面AB的压力体如图4 (d) 所示。

(3) 受压曲面上所受压强为负压时, 依然遵循压力体绘制原则。

图3 (c) 中曲面AC段上的静水压强为负压, 压力体依然由受压曲面AC、自由液面CD和过A点向自由液面所做的铅垂面AD构成。压力体与液体均在受压曲面AC的同一侧, 则此压力体为实压力体, 垂直分力 P_z 的方向竖直向下, 即静水压力方向背离受压面, 见图5 (a)。同理可绘出BC曲面压力体, 也为实压力体, 见图5 (b)。合成后曲面AB的压力体如图5 (c) 所示。

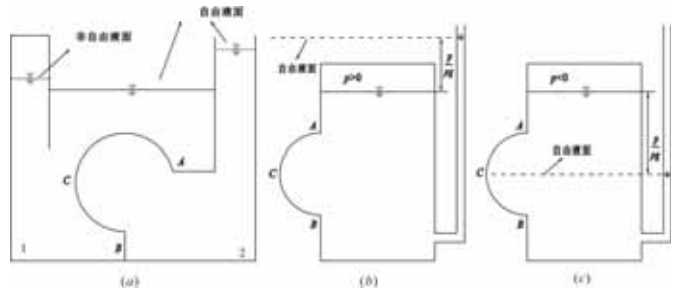


图3 自由液面及模拟自由液面

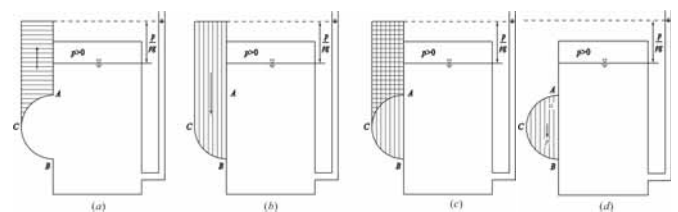


图4 复杂受压曲面的压力体

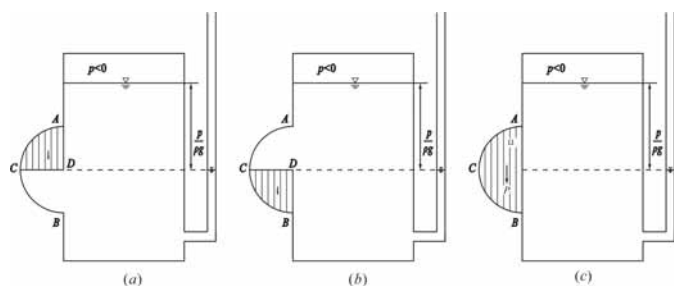


图5 负压情况下的压力体

(4) 受压曲面两侧都有液体时, 要分开绘制各液体对曲面的压力体, 然后再进行合成。

如图6 (a), AB曲面两侧都有液体, 应分别绘出液体1和液体2对曲面AB的压力体, 合成后即可得到曲面AB的压力体。压力体有虚实之分, 即代表的垂直分力方向向上或向下, 在进行压力体合成时要注意, 当液体1和液体2为同一种液体时, 重叠且方向不同的压力体可相互抵消, 但液体1和液体2为不同种液体时, 并不能完全抵消。假设液体1和液体2的密度分别为 ρ_1 和 ρ_2 , 其对曲面的压力体分别为图6 (b)

和图6(c),合成后压力体如图6(d)所示。图6(d)中压力体由 $b(\Omega_1 - \Omega_2)$ 和 $b\Omega_2$ 两部分组成,其中面积 Ω_2 部分代表的压力体由大小相等且垂直分力 P_z 方向相反的压力体重叠而成。因 ρ_1 和 ρ_2 不相等,合成后此部分垂直分力 P_z 大小为 $(\rho_1 - \rho_2)gb\Omega_2$,当 $\rho_1 > \rho_2$ 时,方向向上,当 $\rho_1 < \rho_2$ 时,方向向下。



图6 不同液体共同作用于曲面时的压力体

五、压力体的绘制步骤

以图3(a)为例,绘制压力体可按如下步骤进行:

第1步,找出自由液面,如图3(a)所示。

第2步,找到分界点C,将曲面分成AC和CB两个部分,如图3(a)所示。

第3步,分析水体1对受压曲面AB的压力体,先分析AC部分,见图7(a),再分析BC部分,见图7(b),然后将两部分压力体进行合成,见图7(c),消去可抵消部分,得到合成后压力体,见图7(d)。同理分析水体2对受压曲面AB的压力体,见图7(e)、7(f)、7(g)和7(h)。

第4步,将图7(d)和图7(h)的压力体进行叠加,得

到受压曲面AB的压力体为图7(j)。

结语

压力体是由受压曲面本身、自由液面(或自由液面的延续面)以及过受压曲面的边缘向自由液面(或自由液面的延续面)所作的铅垂平面围成的封闭空间体积,因此压力体是一个抽象的体积概念,与其内是否存在液体无关。通过分析压力体的体积可计算垂直分力 P_z 的大小,分析压力体的虚实情况可判断垂直分力 P_z 的方向。在绘制压力体时要注意寻找自由液面或相对压强为零的平面。当曲面的切平面存在铅垂面时,要分段绘制压力体后再合成。当曲面两侧均存在液体时,要分别分析各液体对曲面的压力体后再合成。合成时要注意各部分压力体重叠部分是否可以相互抵消。

参考文献

- [1]郭楚文,王利军.关于工程流体力学若干问题的探讨[J].山东电力高等专科学校学报,2011,14(1):37-39.
- [2]四川大学水力学与山区河流开发保护国家重点实验室.水力学(第5版)[M].北京:高等教育出版社,2016.
- [3]赵振兴,何建京.水力学(第3版)[M].北京:清华大学出版社,2021.
- [4]郭维东,裴国霞,韩会玲.水力学[M].北京:中国水利水电出版社,2005.

水体	压力体					
	曲面AC	曲面BC	叠加	叠加后	曲面AB	
					叠加	叠加后
1						
2						

图7 复杂情况下的压力体绘制过程