

切蛋糕切出来的三角形中位线*

刘 健

(黑龙江省大庆市教师发展学院 黑龙江大庆 163000)

摘要: 爱因斯坦曾说过,“发现一个问题往往比解决一个问题更为重要”。数学教学的引课过程有一个非常重要的环节就是如何,让学生在问题中自然发现新知,产生问题冲突,引发思考,进而开展本节课的研究过程。本文将以“三角形的中位线”为例,展示发现新知的过程。

关键词: 再创造转化 三角形中位线

中图分类号: G633.6 **文献标识码:** A

DOI: 10.12218/j.issn.2095-4743.2022.33.107

三角形的中位线是平面几何中一条非常重要的线段。如何引入三角形的中位线,让学生感受三角形中位线的再创造过程一直是教学难点。教材中有多种引课,北师大教材采用的是在折纸中发现三角形的中位线,有的教材则直接给出问题让学生完成证明,这两种引课一个实际操作太难,另一个不能体现知识的再现。为了突破这个难点,能够自然引入三角形的中位线,笔者经过多次尝试最终在切蛋糕过程中产生了灵感,找到了一种能让学生主动发现三角形中位线的方法。本文将呈现“三角形的中位线”的教学设计,供大家研讨(参考北师大版教材)。

一、教材分析

根据《课程标准》(2022版),本节课要求学生探索并证明三角形的中位线。三角形中位线是继三角形的“三线”(角平分线、中线、高线)后的第四种重要线段,但又不同于“三线”。教材从知识的整体性和联系性考虑,将本节课放在平行四边形之后。教材的设计力图通过探索三角形中位线的过程,让学生感受三角形和四边形之间的相互转化和知识间的内在逻辑关系,体会知识间的相互勾连,同时为学生面对一个新的数学问题提供研究思路。三角形中位线定理为判定两直线的位置关系和论证线段倍分关系提供了新的方法和依据,也为后续学习相似三角形奠定了基础。如何发现三角形的中位线,按照教材的设计在实际教学中操作难度太大,因此引课做了一些改动,重新设计了一个问题情境,从特殊的等边三角形出发,然后拓展到一般,在这个过程中向学生隐性渗透从特殊到一般的研究思路,使得学生在获得显性知

识的同时也有隐性的收获。三角形中位线定理的得出是平行四边形判定定理与性质定理的直接应用,前面运用连接对角线,把平行四边形划归为两个全等的三角形研究平行四边形的性质,反之通过添加辅助线将三角形转化为平行四边形,然后利用平行四边形的性质研究三角形的有关问题,在这个学习过程中让学生充分感受化归与转化的数学思想,从而进一步提高学生分析问题、解决问题的能力。

二、教学目标

1. 在切蛋糕的过程中,发现一条不同于三角形中线的线段——三角形的中位线,引发思考,进而开展研究。
2. 能想到将三角形问题转化为平行四边形解决问题,体会转化的数学思想,理解教材的设计意图。

教学重点: 证明三角形中位线定理。

教学难点: 1.如何引导学生在切蛋糕的过程中发现三角形的中位线?

2. 如何验证三角形中位线定理?

三、教学过程设计

1. 情境导入

7月9日是二年级小学生尚希的生日(图1-1),尚希邀请了班级里的3个小朋友来到家里(图1-2),尚希的爸爸端上来生日蛋糕如(图2-1),蛋糕的水平截面是等边三角形,生日蛋糕怎么平分啊(考虑到蛋糕表层有奶油和巧克力,所以只能竖直切刀)?

2. 质疑探究

活动1:发现三角形的中位线。

*本文系2022年黑龙江省专项重点课题:促进初中数学青年教师专业能力提升了的教研行动研究(编号:JYB1422291)。

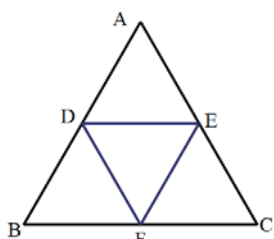


图3-1

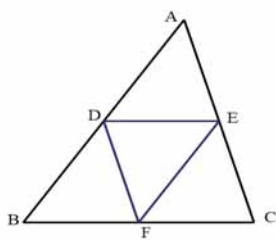


图3-2

问题1: 如何切蛋糕让4个小朋友都满意呢? 如何将这块蛋糕平均分成4份呢(图2-1)?



图1-1 尚希的生日



图1-2 分享

思考: 如图2-2, 图2-3所示, 这两种分法哪一种能让小朋友都满意呢?



图2-1 怎么分

图2-2 分法一

图2-3 分法二

问题2: 尚希先切了一块蛋糕给爸爸、妈妈, 蛋糕的水平截面不再是等边三角形了? 还能平均分成4份吗?

处理方式: 问题1、2都是先让学生自己切, 然后再组内交流, 重点交流你是怎么切的, 是怎么想到这样切的。

设计意图: 预设学生首先会想到利用中线的性质平均分得4块, 但是这种分法对于二年级的小朋友无法解释4块蛋糕大小相同, 所以考虑其他的分法, 既要平均分成4份, 又要形状相同, 目的是引出三角形的中位线相关知识。

问题3: 如图3-1, 图3-2所示, 是小朋友都满意的切法, 请你选择其中一条线段描述这条线段的特征?

三角形中位线定义: _____。

问题4: ①在三角形中, 有几条这样的线段? ②请你说出三角形中位线和中线的区别。

设计意图: 问题3完成具体到抽象的过程, 得出三角形

中位线的定义。问题4进一步明晰三角形中位线的特征。

活动2.猜想并证明三角形中位线定理。

猜想: 问题5: 已知线段DE为 $\triangle ABC$ 的中位线, 观察图4, 类比我们以往的学习经验, 你认为我们应该如何研究这条线段?

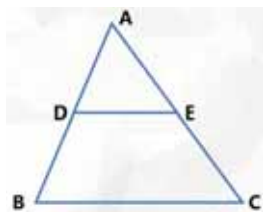


图4

问题6: 观察图4, 你认为DE和 $\triangle ABC$ 的哪一条边有关系? 有什么关系? 说一说你的猜想。

处理方式: 让学生通过观察猜想DE与BC的关系, 进行大胆猜想。

设计意图: 问题5让学生体会研究问题的思路, 研究三角形中位线的性质就是研究中位线与三角形组成元素之间的关系(位置关系与数量关系); 问题6是让学生是自己发现DE与第三边的关系, 培养学生发现问题、提出问题的能力。

3. 验证猜想

(1) 测量

处理方式: 检验关于线段的两条结论: $DE/BC, DE=\frac{1}{2}BC$ 。学生自己度量。

(2) 信息技术检验

处理方式: 用GeoGebra(图形计算器)软件在白板上让学生操作验证猜想的正确性。

设计意图: 利用信息技术, 让学生直观地感受猜想的正确性, 获得成就感。

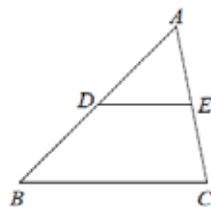


图5

(3) 演绎推理证明

问题7: 如图5所示, 你能用几何推理证明上述结论吗? 观察切完的蛋糕, 你有什么想法? 先独立思考再小组交流。重点交流你怎么想的, 怎么想到的?

设计意图：添加辅助线将三角形转换成平行四边形是教学难点，为了突破难点。首先让学生观察操作后得到的图形，然后进行独立思考、小组交流，目的是在交流中有思维的碰撞，找到转化的方法，揭示问题本质。

预设学生有可能添加的辅助线：如图6-1, 6-2, 6-3所示。

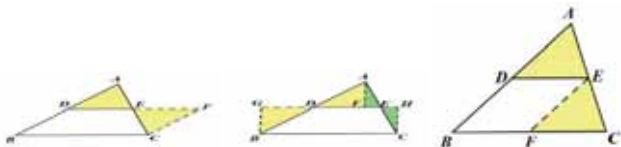


图6-1

图6-2

图6-3

结论：

三角形中位线定理_____。

定理两方面的含义：位置关系——平行，数量关系——

倍分。

符号语言：_____。

问题8.请你总结一下，我们是如何证明三角形中位线的。

设计意图：内化转化的思想方法。

4. 解决问题

(1) 解决引课问题：教学处理：如图7所示，回到引入中的“分蛋糕问题”。

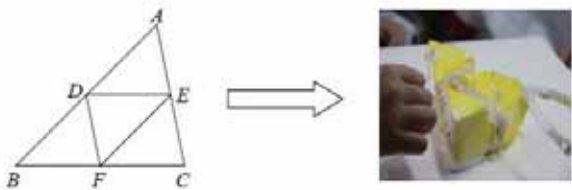


图7 体会三块蛋糕一样大

设计意图：肯定实践操作的正确性，达到教学问题设计的前后呼应。

(2) 例题

$\Delta A_1B_1C_1$ 如图8中的(1)所示，在 ΔABC 中， A_1, B_1, C_1 分别是边 BC, AC, AB 的中点，(1) 如果 $AB=12, BC=10, AC=8$ ，求的周长。图(2) A_2, B_2, C_2 分别是 B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 的中点， A_3, B_3, C_3 分别是 B_2C_2, A_2C_2, A_2B_2 的中点，依此类推图(3)。若 ΔABC 的周长为 a ，面积为 S ，则

$\Delta A_nB_nC_n$ 的周长为_____，面积为_____。

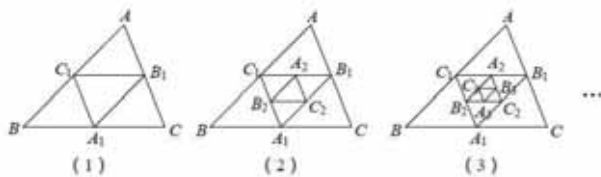


图8

处理方式：(1) 学生在黑板板书；(2) 口答。

设计意图：三角形中位线定理的直接应用。

(3) 巩固练习

如图9所示，任意一个四边形，以四边形的中点为顶点组成一个新四边形，试猜想这个新四边形的形状？并证明你的猜想。

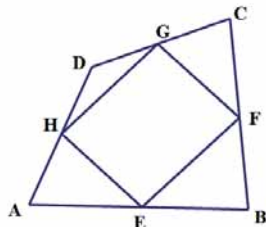


图9

5. 课堂小结

①叙述三角形中位线定理的内容。②你们是如何发现三角形的中位线的？说一说发现过程？你有什么感悟。③我们是如何证明这个定理的？在方法上，你有什么收获？④你还有什么收获？

结语

为了呈现一个自然、本质、朴实的课堂，笔者设计了一个贴近学生生活的问题情境，即分蛋糕的问题。在问题情境设计中的一个小细节就是选择，小学低年级的小朋友，虽然利用三角形中线的性质可以平分蛋糕，但是形状不同，怎么分才能不引起小朋友之间的矛盾呢？学生通过动脑、动手，相互合作交流、探究等多种学习途径，发现三角形还有一条特殊的线段——三角形中位线，体现“再创造”的过程，进而产生研究这条线段的想法。整个教学过程自然、生动，达到了让体会学生知识“再创造”的效果，培养了学生的创新能力。