

初中数学大概念教学

王暖云

(吉林省通化市第十八中学 吉林通化 134007)

摘要: 数学教学要重视以大概念为核心,使课程内容结构化,以主题为引领,使课程内容情境化,促进核心素养落实。本文阐述了大概念定义,大概念的本质性、聚合型和迁移性三个主要特征;论述了大概念提取方法,列举了数与代数、方程与函数、空间与图形、统计与概率七个领域大概念案例;揭示了运用大概念提高学生运算素养、表达素养和数学思维素养的操作方法。大概念是构成学生知识网络化中的节点,在大概念的指导下,提炼教学中的核心问题和核心任务,以专家思维和协同思考为手段,增强了教学的针对性,是落实学生核心素养好的举措。

关键词: 大概念 本质性 聚合型 迁移性 专家思维 简易原则

中图分类号: G633.6 **文献标识码:** A

DOI: 10.12218/j.issn.2095-4743.2022.09.067

《普通高中课程方案(2017年版2020年修订)》指出:“进一步精选学科内容,重视以大概念为核心,使课程内容结构化,以主题为引领,使课程内容情境化,促进核心素养落实”。立德树人是数学教学的根本任务,大概念教学能够使数学学习内容结构化,对发展学生数学素养起到至关重要的作用^[1]。

一、大概念涵义

杜威谈到,大概念是教师将学科知识心理化,从而产生大概念,摆脱传统的那些限制学生思考自身学习方式的事实和思想。布鲁姆认为,每个学科领域都有一些基本概念,他们对学者们所研究的内容进行归纳和总结,这些概念为曾经研究的内容赋予了许多意义,也为许多新问题的处理提供基本途径。布鲁纳认为,无论教师教授哪类学科,一定要使学生理解该学科的基本结构,学习这种基本结构就是学习事物之间是怎样相互联系起来的。格兰特·威金斯认为,大概念是指那些用于课程、教学和评估方法的核心概念、原则、理论和过程。大概念是构建理解的支持材料,被认为是能够连接碎片化知识的一种有意义模式。大概念是将轮子固定在轮轴上的销钉(车辖)。

综上所述,大概念是反映专家思维方式的观念,观念或论题,它具有生活价值,是能够引领解决问题的关键词或语句。一个核心概念、一个基本问题或一个正式理论都可以是大概念,只是用不同的方式表达出来。

二、大概念的本质特征

首先,大概念是本质性的概念。它是某个学科或核心领域的根本的思想;是集中体现学科本质和学科结构;是专家思考和感知问题的方式;是能够给学习者提供“新的思考和

认识世界方式的概念”^[2]。

其次,大概念是一种聚合性,超越事实的概念。大概念是各种条理清晰关系的核心,又是使事实更容易理解和有用的一个概念锚点;他能够连接分散的知识,现象、原则和学科概念,是关于领域的观念,而非关于领域的内容本身。

最后,大概念具有迁移性。大概念是相对抽象的学科、学习领域一般概念,具有可迁移性的特征。

三、构建大概念的方法

1. 基于课程标准构建学科大概念

义务教育数学课程标准(2011年版)提出10个核心概念,分别为数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识,这些概念都可以作为大概念,引领教学活动。通过这些大概念,把学科核心素养具体化,围绕着每个大概念,设计教学活动,让数学核心素养长久得到落实。

2. 从教学目标中概括大概念

从教师教学目标中提炼大概念。教师将某一知识或技能的学习目标向上位延伸,提炼出更高层次的上位概念。兰德尔·查尔斯说,大概念是对数学学习至关重要的观念的陈述,是数学学习的核心。

3. 从教学重难点、考点中提取大概念

逆向教学设计中,执果索因,预期的学习成果中可能蕴含着大概念。教学评一体化中,要教、要学、要考的重难点内容往往就是大概念。例如,人教版九年级上册22.3实际问题与二次函数,通过分析可以知道,就是利用二次函数的增减性和最大值解决面积问题、炮弹轨迹问题、利润问题等,可归纳“利用二次函数性质求极值”的大概念。还有一类就

是利用二次函数图像解决问题，可归纳“图像问题最终归结为点的坐标问题”的大概念。这两个大概念是解题经验的总结，对指导这类函数习题起到积极作用^[3]。

教师可以从学生学习难点处概括大概念。例如，动态几何中考压轴题，提出这样大概念：“把所求的量 s 用自变量 t 表示，附加条件作为思考问题的起点”。函数类压轴题，提出这样的大概念：“图像有关的问题都要转化为点的坐标，附加条件一定是思维的起点”。动态几何和函数类综合题，是学生的难点，教学中要学生领会“从附加条件入手，图像问题就是坐标问题”这个大概念。

四、初中数学常用大概念

数学核心素养从数学的认识论价值、应用价值、思维价值和育人价值为依据，由低到高可分为四个层面：数学双基层（知识与技能二维层），问题解决层（方法策略层）、数学思维层（数学思想层）、数学精神层（哲学层）。数学大概念可产生在四个层次，层面越高，对数学解决问题的范围就越广，然而对解决问题的可操作指导就越弱。

1. 代数式大概念案例

①数学双基层：代数中的字母可以代表具体的数字参与运算；代数变换包含移项、因式分解和合并同类项等。②问题解决层：引入符号使数学具有更大的普适性。③数学思维层：符号语言是科学表达的重要基础。④哲学观点：具体和抽象既对立又统一，互相联系和转化。

2. 空间与图形大概念案例

①数学双基层：直线、线段、平行线、多边形、圆、正多边形的性质、判定和应用。②问题解决层面：两点之间线段最短可解决将军饮马，利用几何图形性质进行实际问题的设计，有关计算、证明等数学习题的解答。③数学思维层面：几何图形的性质是研究构成几何图形基本要素或相关要素之间的数量关系和位置关系。④哲学层面：数学是通过计算和图形研究现实世界，精准、科学，坚持真理的精神。例如，关于圆锥问题大概念“多数是围绕着圆锥展开图中扇形的弧长等于圆锥的底圆的周长”。究其原因在于：圆锥是沿着圆锥底圆的边界剪开的，剪开后成了扇形的弧和底圆的外周，因而弧长等于底圆周长。几何常用大概念：对称、不变性、变换、相似、全等这些重要的几何概念或思想。

3. 变量函数大概念案例

①基本知识技能层面：函数定义，一次函数、二次函数、反比例函数等概念、性质、表示法、函数图像等。例如，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中的 a ， b ， c 在图像中起什么作用，

$y=a(x-h)^2+k$ 中的 a ， k ， h 在图像中起什么作用。这就是一个大概念，可以联系第22章所有函数图像问题和最大值（或最小值）问题，其中 b 控制了抛物线穿过 y 轴时的倾斜度可联系到微积分切线斜率。②问题解决层面：物体运动最高问题，面积做大最小问题，利润大小问题等，这些问题可归纳为利用函数性质求极值，其解决问题的核心是求出函数关系式。桥梁问题、函数类综合题、图像信息类等，可归纳为利用图像求坐标问题。③数学思维层面：函数本质是对应关系。④哲学观点层面：实物是互相联系的，一个量的变化是因为另一个量的变化，要注重因果关系。

4. 方程大概念案例

①知识与技能层面：一元一次方程、一元二次方程、二元一次方程组的概念、解法和应用等。②思维层面：方程解决问题就是用符号语言表达实际问题，是一种语言转化，是数学建模类。③问题解决层面：行程问题、浓度问题、工程问题等，每一类问题可归纳出一种具体公式或模型。④哲学层面：世界是互相联系的，规律隐含在具体事务中，要透过现象看本质。⑤求值类习题大概念：算数与方程两种基本方法。要让学生体会到，只要是求值的问题只有这两种方法。

5. 图形变换大概念案例

①数学双基层：平移、旋转、轴对称、相似、投影、仿射、保积变换。②问题解决层：将军饮马问题，利用旋转60度解决三条线段和最短问题，平移解决河面架桥问题，中心对称图形面积平分问题等，我们可以发现，发现大概念可以自下而上，也可以自上而下，要根据具体情景而定，或者说根据思维当时的状况而定。无论从哪个层面入手，都要向不同方向延伸，充满四个不同层次，构建完整的立体多维素养网络。③数学思维层：图形变换是研究变换中的不变性。④哲学层面：实物是互相联系，发展变化的。图形变换习题基本策略是解题方法不变。有关图形变换习题，教师要明确指出：要重点分析第一步的解题方法，其余几步的图形发生变化，而证明方法多数是不变的。究其原因在于：图形变换中的刚性变换（平移、旋转、轴对称）其本质（图形的大小和形状）是不变的^[4]。

6. 坐标与图形大概念案例

①数学双基层面：空间中的物体之间的位置关系，借助方格纸、橡皮筋伸缩图形、几何画板等软件，探索图形的变化，领悟平移、旋转、对称、相似等变换。②问题解决层面：在坐标网格中作图。③思维层面大概念：坐标产生的缘由。④哲学观点层面：世界是互相联系的，数与形相互约束。

7. 统计与概率大概念案例

①数据收集：有些问题可以通过收集和分析数据来解答，所要解答的问题决定了需要收集哪些数据以及如何最好地收集数据。数学理解的例子：一个适当选择的样本可以用来描述和预测总体。样本的大小决定了样本数据反映总体的程度。②数据表征：可以使用表格、图表和图形可视化地表征数据。数据类型决定了可视化表征的最佳选择。数学理解的例子：每种类型的图表最适合特定类型的数据。能够在数据中观察到规模影响模式。③数据分布：有专门的测量方式来描述集合的集中和离散。数学理解的例子：数值集合最佳描述符（例如：均值、中位数、模式）是数据的性质和要回答的问题所决定的。异常值以不同的方式影响平均值、中位数和模式。通过数据分布数值测量，增强了对数据的理解。④概率：事件发生的概率可以用0到1之间的数据来描述，并用于对其他事件进行预测。理解例子：“概率可以为预测提供基础。有些概率只能通过实验来确定。肯定会发生的事件总是会发生（概率为1），不可能的事件永远不会发生（概率为0）。”

五、教学中存在的问题及培养策略

1. 运算素养

运算不准确是学生普遍存在的问题，学生经常根据表面的线索去认识公式，很多典型的错误就是缘于过度相信题目的表象，当学生不会运算时，会凭自己的感觉自己编撰公式。例如， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，学生会这样计算： $(a+b)^2=a^2+b^2$ ； $\sqrt{a^2+b^2}=a+b$ 。学生是从直观感觉应该这样计算。去括号时，括号前面是“—”时，括号内第一项知道变号，后面几项就不变号了，这都是直观错觉造成的。教师可以将“整式运算”作为大概念，设计以完成平方公式、平方差公式、整式混合运算为主的学习任务，设计相应的练习课，让学生板演，教师及时纠正。我们发现，学生今天练会了，过一段时间还会出现同样的问题，教师要对学生进行事先提醒，必须经过一段时间后，形成自动化的运算习惯，才能形成运算素养^[5]。

2. 表达素养

学生书写要工整，步骤要尽可能详细，表达出事物的逻辑关系。有部分学生不会书写步骤，教师要明确指出：写步骤要从题中文本开始书写，每一步都要有一定逻辑、有理有据，并且只能表达一个事件。例如，中考函数类综合题，动态几何综合题，或者分段函数表达式，最后一步要写综上所述，

简略写出所有结果，做到结论清晰。

教师可设计大概念“每段说一件事，上下语句要有逻辑”。学生书写时会出现几件事一起说的现象，教师先让学生用自己语言表达出来，然后用数学语言表达，字迹清晰，逻辑正确。

3. 数学思维素养

①大概念：“审题”“基本模型”。学生解答较难习题时，会出现思维受阻的现象。教师首先要引导学生先检查审题是否到位，有没有遗漏的条件。再者，这道题要用哪些解题策略，可能涉及的基本模型是什么？常见基本模型有：A字形图形，8字形图形，K字形图形，函数顶点式求最大值等模型。学生平时要积累基本的模块，只有知识底蕴丰富了，才可能思维敏捷。②大概念：“函数”“附加条件是思维的起点”“坐标”。动态几何题，主要是找到S与t之间的函数关系。函数类综合题，主要是将已知条件和结论最终都要转化成点的坐标。另外，每一步的附加条件一定是解题的突破点。

大概念具有便于记忆和调取知识的优点，为解决学生记忆和寻找思路提供指导。在数学学习过程中，学生记忆是最大的问题，当堂学习的内容理解得很好，过一段时间就忘了，教师要采用常温习的策略，特别是教材中的例题，教师可反复带领学生复习，实现学生知识的内化，通过大概念建立起知识网络。只有当大概念指导下的基本问题和核心问题越多，学生经历的数学活动越丰富，就能丰富大概念的内涵，大概念指导下的具体策略就会越来越丰富。当每个层次所积累的大概念足够丰富，经历数学思维方式全过程：观察——抽象——探索——猜测——论证五个基本环节，一定能够形成以大概念为节点的数学立体网络，锻炼学生数学思维。

参考文献

- [1]徐洁.基于大概念的教学设计优化[M].上海:华东师大出版社,2021年.
- [2][美]格兰特·威金斯.追求理解的教学设计[M].上海:华东师大出版社,2017年.
- [3][加拿大]迈克尔·富兰.深度学习[M].北京:机械工业出版社,2020年.
- [4][美]林恩·埃里克森.以概念为本的课程与教学[M].上海:华东师大出版社,2021年.
- [5]王春易.从教走向学[M].北京:中国人民大学出版社,2021年.