

论学生“用数学思考”和思考数学能力的养成*

王雷¹ 李丽²

(1.吉林财经大学 吉林长春 130000; 2.吉林省医药中等职业学校 吉林长春 130000)

摘要: 基于当今时代背景和大学数学教育实践, 本文认为现阶段大学数学教育的主要任务和目标仍然是在情感上让学生喜欢上数学, 而界定标准为学生养成了“用数学思考”的习惯并且逐渐发展了思考数学的能力, 相应的学习和教学策略遵照认知规律和教育规律, 重点补强兴趣爱好、学科素养、直觉思维以及创新意识这四块短板。

关键词: 数学情感 兴趣爱好 学科素养 直觉思维 创新意识

中图分类号: G642.0 **文献标识码:** A

DOI: 10.12218/j.issn.2095-4743.2022.08.151

当前, 在 5G、人工智能、大数据等现代科技飞速发展的时代背景下, 人们对数学重要性的认知高度回归。源于应用数学技术解决专业领域基础问题的现实需要, 有远见的大学学生在思想上普遍比以往更重视数学学习, 当然也更有意愿学好数学, 但是在行动上往往很迷茫, 不晓得如何“走进数学”。作为教育工作者, “授人以鱼”不如“授人以渔”, 如何让学生尽快掌握“在数学上行走”的真本领从来都是一项艰巨的、关键性的并且亟待解决的重要人才培养课题。

众所周知, 大学数学教育既要传授数学思想、工具和方法, 又要培养逻辑思维能力和数理分析能力。一直以来, 教育界存在一个普遍的共识: 要实现上面知识与能力双重目标至关重要的一环是: 在数学情感上, 激发学生的学习兴趣, 引导学生实现自主学习。从这个意义上讲, 现阶段大学数学教育战略应当着眼于中长期成效, 首要任务是让学生喜欢上数学, 而不是激进式地追求各种功利结果。美国著名教育学家布鲁纳有一句名言: “学习的最好刺激乃是对学习材料的兴趣。”学习材料大体可分为两类: 一类是源于应用学科的背景资料 and 实际案例, 另一类则是纯粹的数学理论与方法。相对应地, 学习兴趣可简单区分为两个不同层次: 第一层次或者浅层次的兴趣称为好奇心, 来源于数学在实际生活中的广泛应用性, 达成这一层次培养目标的重要标准是: 学习者初步形成了“用数学思考”问题的自主意识以及树立了大应用数学模型观点; 而第二层次或者较深层次的兴趣称为喜欢乃至热爱, 产生于人们在学习数学过程中的快乐体验、满足感乃至成就感, 达成本层次培养目标的一个显著标志是: 学习者

基本具备主动思考数学的行为表现和学习特征。为了实现上述大学数学教育的情感目标, 教师需要在课堂教学中逐步实现从“主角”到“配角”的角色蜕变, 在教学理念上逐步实现从“传经”到“授道”的思路转变, 从而不再一味地传授知识和经验, 而是更多地作为学习规划者与引导者发挥宏观调控作用, 遵照认知规律和教育规律, 结合数学学科特点, 帮助大学生做好学习进程规划, 师生协同配合, 重点做好以下几件事: 树立大应用数学模型观以激发学习兴趣、融入数学文化背景以提升学科素养、严格数理专业训练以发展直觉思维、引导思辨总结反思以培养自主创新意识, 循序渐进地提升大学生的数学综合素养, 服务于科技、经济和社会发展。

一、树立数学模型观点, 激发大学生的学习兴趣

数学概念是从现实世界中抽象出来的, 反映了客观对象在数量关系和空间形式方面的共性和本质。因此, 无论数学语言和表现形式如何抽象, 数学理论一定会在实际问题中得以应用, 哪怕是高深的罗巴切夫斯基非欧几何学, 也已成为描述宇宙空间结构的重要工具。个体的学习行为本质上是一种来自对新鲜事物的好奇和想象而产生的刺激和关注。在当代大学生活中, 互联网、笔记本电脑、手机 App 以及游戏软件最热门, 它们对大学生的思维方式和生活方式产生了深刻的影响, 而从根本上讲, 其实是数学让人们的生活发生了翻天覆地的变化, 变得越来越丰富多彩, 越来越趣味横生。正如著名数学家叶其孝教授所言“现代科学技术归根结底是数学技术”, 现代 IT 产业云集了大批应用数学家, 他们广泛运用现代编码、小波分析、图像处理、优化技术、随机分析、

*基金项目: 吉林省教育科学“十三五”规划 2019 年度课题《面向未来的高校数学教育与教育数学研究》, 课题批准号为 GH19160。

统计方法、数值方法、组合数学、图论等数学技术解决互联网、计算机核心算法、图像处理、语音识别、云计算、人工智能、3G 等领域的核心问题。数学建模是针对非数学领域的实际问题运用数学理论、工具和方法进行量化分析的实践过程，它通过假设、简化和抽象构建恰当的数学模型，再对其进行求解、分析、检验和修正，用理性方式回答和解决问题。在人类科技发展史上，数学建模无处不在，时至今日更是发挥着无可替代的关键作用。大学生主动关注数学在高新科技成果上的应用，接受数学建模思想，学习数学建模方法，深化对数学理论意义和应用价值的认识和理解，可以激发学习兴趣 and 自主性，提高应用数学意识，训练数学应用能力。

二、融入数学文化知识，提升大学生的数学素养

英国著名数学家格莱舍有一句名言：“对于任何一种将一个学科与它的历史割裂开来的企图，我确信，没有哪一个学科比数学的损失更大。”从中我们可以体会到数学史和数学文化在数学学科发展中的独特作用。正如德国数学史家汉克尔所言：“在大多数学科里，一代人的建筑往往被另一代人所摧毁，一个人的创造被另一个人所破坏；唯独数学，每一代人都站在古老的大厦上添加一层楼。”任何现代数学成果都不是一蹴而就的，而是应历史上一次次重大技术变革需求，集一代代大师的智慧和勤奋，连续累积并总结归纳出来的，因此未来数学进展离不开人们对数学的过去和现在的科学认识和深刻思考。大学数学教育的任务绝不仅仅是继承传统和经典，而应重在发展，也就是以现有成果为基础，不断淬炼数学思维，创造新的数学理论，拓展更广阔的应用空间。一个人如果想要背诵写在书本上的数学概念、公式和定理无须学习，只要轻轻动一下鼠标计算机就可以帮忙，学习是为了理解、消化、吸收和创新知识，因此不能忽视数学思想和文化教育，学生既要了解现有的知识体系，又要积极梳理其起源、发展和趋势，掌握来龙去脉，做到知其然同时也知其所以然。复旦大学李大潜院士讲“只有掌握了数学的思想方法和精神实质，才能由不多的几个公式演绎出千变万化的生动结论”，可见隐藏在数学的进化史中、隐藏在数学家的轶事里的数学背景、思想精神和思维线索绝对是极具价值的教育元素，需要教师和学生共同挖掘和探究。比如，微积分被誉为“近代数学中最伟大的成就”，承载了大量的优秀文化信息，其中不乏令人赞叹的奇思妙想和世代相传的传奇佳话，更有随处可见

人类思想的流淌，充斥着曲与直、变与不变、运动与静止、有限与无限、局部与整体、精确与近似等辩证关系。传承数学文化，进行背景教育，让学生了解来龙去脉，知道理论渊源，同时站在哲学高度品味数学异样的美，培养学生的数学情感和人文情怀，从根本上提高他们的数学修养。

三、严格数理专业训练，发展大学生的直觉思维

作为思维科学，数学学科最显著的特征当属其严谨性，主要表现在结论的明确性和证明的严格性。不得不说，对于学习者来讲学好数学确实是很高的要求，如果没有足够的学习动力、不投入大量的时间和精力是很难有所收获的。根本就不存在什么灵光一现，学习的捷径只有不断地思考、探索、总结和试错。著名数学家庞加莱有一句名言：“直觉用于发明，逻辑用于证明”，数学本质上是直觉与逻辑的完美统一。数学直觉源于人们对数学的洞察力和理解力，是一种不经过严格的演绎推理而对数学概念、定理、公式、结论所产生的直观认知能力。与初等数学教育相比，大学数学教育肩负着开发大学生数学潜能以及培养创造型、应用型、复合型人才的使命，势必倍加重视发展直觉思维能力，因为它是一切数学理论和技术创新的前提和基础。数学直觉需要在持续地专业训练中得到不断的强化，在这个过程中有必要进一步改造数学教育形态，优化知识结构，挖掘和补充经典案例、数学文化、数学模型和哲学观点等素材，创设合适的场合意境，革新教学方法手段，合理利用数学软件包以增强抽象对象的可视性，借助观察法、联想法、归纳法、类比法，经过思考、直观、分解、重构后不断克服抽象难度，分析、探究和解决各种实际问题。比如，初学微积分时，学生大都感到极限的分析定义表述得十分抽象和晦涩，数学语言更是难以理解，这时教师一定要耐心地告诫他们不能急于求成，要迎难而上，启发他们尽量将问题直观化，只要列举若干组数值进行有限次的演算，如同做游戏般的，就可以感悟到无限次变化的发展趋势和最终状态。教师利用这种“启发式”教学方法，开发学生直觉思维，增强了学生的问题意识和探究意识，成为他们主动提升思维层次的内生驱动力。学生们在变与不变、有限与无限的神奇转换中不知不觉地增进了学习的快乐体验。突出教材的直观性也是中国科学院张景中院士的教育数学思想的一个重要体现，他曾经利用面积法创造性地革新了平面几何教材，重构了知识体系，使教材内容更充实、形式更简明、

结构更合理,从而达到了易学宜教的显著效果。数学教育家的这种原创性改革实践充分证明和彰显了直观对于数学的意义,直觉思维是打开数学大门的钥匙,也是走进数学殿堂的助力,更是获得数学成就的杠杆。大学数学教育要从数学直观出发,在运用直觉思维和逻辑思维看待复杂现象的过程中重点训练、培养和提升数学直观思维能力。

四、引导思辨总结反思,培养大学生的创新意识

德国数学家康托尔有一句名言:“数学的本质在于它的自由。”学术自由就是要突破传统观念束缚,敢于挑战权威,不断超越边界和极限。19世纪70年代,康托尔顶住了一些学者的嘲笑,提出了数学史上影响深远的无穷集合论,后来被罗素颂为“可能是这一时代所能夸耀的最巨大的工作”。我们正处在一个知识和信息爆炸的社会中,国家需要一大批思维独立、标新立异、喜欢突破和创越现存的思想、技术以及规范的创新型人才,而追求学术自由正是他们的核心品格之一。大学数学教育要塑造大学生的自由品格,就应当营造自由的氛围,从质疑入手,归纳总结规律,逐步养成反思惯性,培养思辨精神、创新意识和批判性思维能力。《学习的革命》一书中言:“思考的课程应该是我们每个学校的最重要特征。”数学学习不能仅仅停留在学生能够模仿写出解题过程和给出标准答案的程度,而要提倡利用发散思维不断打开思路,不断探索多样性、统一性和规律性,不断拓展逻辑思维的深度、强度和广度,不断增强创新意识的深刻性、多元性和批判性。师生共同构建更加开放、更加自由、更加活跃的课堂范式,师生交流活动要更加充分且更加有意义。我们知道课堂互动的主要目的是激发大学生主动思考问题的意愿,鼓励打学生自由发表个人见解,因此教师不能轻易否定任何一种看起来不尽成熟的想法,相反,教师需要通过具有鼓励性和启发式倾向的讨论来刺激大学生的创新潜能。正如布鲁纳所言:“人唯有凭借解决问题或发现问题的努力才能学到真正的发现的方法,这种实践愈能将自己学到的东西概括为解决问题和探究问题的方式。”总之,教师需要确立“以学生为中心”的教育理念,放手让学生自主学习,给予学生思考空间与自由余地,辅助学生发现、分析和解决问题,培养学生思辨和创新的能力,同时在与学生互动中相互启发,从而实现真正意义上的教学相长。

综上所述,现阶段大学数学教学改革的一个重要任务应

当是培养大学生“用数学思考”和思考数学能力。为了深入务实推进大学数学教学改革进程,师生双方要积极应对、齐心协力、开拓探索、采取各种科学、有效的策略逐步补强兴趣爱好、学科素养、直觉思维以及创新意识这四块短板。可以预见,教学改革的成效将会受到学习者的主观因素、具体实施情况以及社会环境等客观条件的制约,但是无论如何建设科技强国需要坚实的数学基础,每一位大学数学教育工作者责无旁贷,都要竭尽全力发挥积极促进作用并且提供先进的智力支持与优质的教学服务。

参考文献

- [1]叶其孝.数学建模教学活动与大学数学教育改革[J].数学的实践与认识,1997(1):92-96.
- [2]萧树铁.高等数学改革研究报告[J].数学通报,2002(9):3.
- [3]陈义安.兴趣驱动教学法在大学数学教学中的应用[J].中国大学数学,2010(7):22.
- [4]克莱因.古今数学思想(第二册)[M].朱学贤等译.上海科学出版社,2002.
- [5]张景中.什么是“教育数学”[J].高等数学研究,2004(6):2-6.
- [6]叶赛英,胡月.国内外两本微积分教材的比较与启示[J].大学数学,2007,23(1):187-190.
- [7]叶其孝,王耀东,唐兢译.托马斯微积分第10版[M].高等教育出版社,2021.
- [8]牛顿.自然哲学之数学原理[M].王克迪译.陕西人民出版社,2001.
- [9]林群.微积分让数据说话[J].数学教育学报,2010,19(5):1-3.
- [10]潘洪建.知识旨趣:基本蕴涵、教育价值与教学策略[J].当代教育与文化,2014(7):50-55.

作者简介

王雷(1979.8—),男,汉族,籍贯:吉林吉林,博士研究生,副教授,偏微分方程、数学教育。

李丽(1983.7—),女,汉族,籍贯:吉林长春,本科,中级讲师,党办主任,教育教学方法与管理、课程思政、计算机科学与技术。