

以数学文化为线，重构教材内容的思考与实践

——以青岛版六上百分数（一）为例

高绪洁

（青岛市市南区实验小学 山东青岛 266000）

摘要：数学承载着文化的传承，将教材读厚，以挖掘知识点中蕴含的数学文化，推动对教材编排的理解。本文以青岛版六上“百分数（一）”的两个信息窗知识为切入点，分析知识点背后的历史渊源，与教材内容建立关联，凸显知识的现实价值，给出课堂实践中的建议。

关键词：百分数发展史 单元统整 教材编排

中图分类号：G623.5 **文献标识码：**A

DOI：10.12218/j.issn.2095-4743.2022.05.022

翻看众多的小学数学教材会发现，总有一块小小的版块，没有题目，也不需要你解答，它叫“你知道吗？”。可能在一个单元的末尾，可能就附在一个知识点的后面。在这个小小的方框中有数学小故事，有名家生平，可能是与例题相关的生活现象，也可能是千古名题。不管学生是否喜欢数学，他们总是特别特别喜欢阅读这些内容，有的学生甚至还能侃侃而谈，娓娓道来。这么个小小的豆腐块让数学教材变厚重了，更增添了很多不同的色彩。

这些版块内容当然与数学文化有关。正如课程标准新修订文案中对数学的定义中描述的一样，“数学承载着思想和文化，是人类文明的重要组成部分。数学是自然科学的重要基础，并且在社会科学中发挥着越来越重要的作用，数学的应用渗透到现代社会的各个方面。随着计算机科学、信息技术、人工智能的迅猛发展，以及大数据时代引发的问题，对数学提出了强有力的挑战，也为数学的发展创造了机遇，使得数学的研究与应用领域得到极大拓展。数学直接为社会创造价值，推动社会生产力的发展”。

数学的发展历史与人类的文明史一样源远流长，绝不仅仅是教材中这些小小的豆腐块。如果我们换一种角度来“解剖”我们的教材内容，以厚重的数学文化为线索，重构我们的教材知识，发挥单元统整的功效，让数学知识的核心概念显露出来，这样的课堂是不是更有“数学味”？我们的学生们在知识的传承中是不是更会有探索未来的动力？

我跃跃欲试，决定以青岛版小学数学教材六年级上册“百分数（一）”为例，扎进去试试。

一、“数学文化”隐藏在哪里

“百分数（一）”是教材第七单元的内容，共包括两个信

息窗和一个相关链接。信息窗一是关于百分数的意义及读写的学习，相关链接主要是百分数与小数或分数的相互改写，信息窗二是百分数的实际应用，主要包括求一个数是另一个数的百分之几和百分率问题^[1]。

数学文化的元素在哪里？细看练习题，有图，有表，有很多学生熟悉的生活用品，还有一些调查研究的数据呈现，单元的最后“你知道吗？”有一段关于分率的内容介绍。发展到现在的百分数就在我们的手边、眼前，好像没有什么神秘性了。

在一点点“解剖”教材的过程中，我发现教师总是非常自然地以自己的角度分析这些知识，却很难从学生的视角来看看。于是，我设计了针对这单元的学生调查问卷，了解孩子们有什么想学习的。在搜集的300多份调查问卷中，我发现，学生们对百分号很感兴趣，特别想知道它的发展历史，对百分数还有什么用也充满好奇。

一个耳熟能详的“数”是怎么发展来的？数学史不就是最重要的数学文化元素吗。在接下来的日子中，通过搜集有关百分数的文献资料，了解它的历史渊源，我对这一单元有了新的认识。

二、文化溯源，凸显核心概念

1. 文化溯源

深入了解百分数的历史可知道，百分数的出现，开始是应用在商业活动中，而后慢慢向数学领域发展的。

1. 世纪的意大利，商人想招揽生意，为了让顾客一眼就看明白自己的货物更便宜，他们就将per cento（一百中的）这个词用一种特定的缩写符号，一个小小的p加上一个短横，旁边画一个如此充满艺术风格的c，在上面再画一个小小的圆圈来代表。这个最初的符号，经过数百年的演

变,逐渐成为今天我们所熟知的并且广泛使用的百分号。

1749年,德国学者阿亨瓦尔(Achenwall)受邀在哥廷根大学讲课时,初次使用了“统计学”这个名称。随着政治算术和概率论的发展,到19世纪初,报告的数据类型有所增加,这时就缺少一个比较、对照的工具。基于这一点,百分数就成为表示所需对照、比较的标准化方法。统计的出现使百分数的用途由原来的商业概念走向数学概念。

1832年艾默生在《北美算术》中首次使用非商业性百分数概念,即表示“部分——整体”关系的使用。到1845年,百分数在非商业性的比较之中就不局限于“部分——整体”的关系了。这就意味着,对于百分数的使用出现了重大的变化——百分数可以比100%大。

2. 核心概念

从这些文献资料中可以看出,百分数作为一个比较“现代”的数学概念,它的发展越来越涵盖我们生活的方方面面,但核心概念却恒定不变,即“比较”,也就是两个量之间的倍比关系。百分数可分为两个比较模型,分数和比。分数模型正是百分数中的“部分与整体”的关系,而比的情境中,百分数的模型就变成了“两个独立的量”的关系。

3. 教材分析

有了这样的认识,再看教材内容又是如何体现的呢?

青岛版:像上面这样表示一个数是另一个数的百分之几的数叫作百分数。百分数也叫作百分比或百分率。

也就是说,对百分数的定义肯定了与分数的紧密联系,这与青岛版教材的结构体系是有直接关系的。教材从二年级的平均分到三年级的分数的初步认识,处处体现了部分与整体的关系,五年级的“分数的意义”,学习“分数与除法的关系”,再到六年级的“比的意义”,这些知识的学习与分数的关系紧密,因此以分数概念来定义百分数,有传承,有衔接,是合理的。

虽然有这样的知识结构,但还是不能把百分数与分数归成一类。比如,分数能表示一个具体的量,可以带单位,但百分数就不能出现“25%米”这样的形式,这说明分数的内涵更宽泛,百分数只具有两个量“率”的关系,不能带单位。在形式表示上百分数也有固定的写法,这也是区别于分数的。

从数学史的研究梳理了教材知识的脉络,百分数的核心概念引发了我们对单元结构的整体思考。

三、数学文化为脉,整体解构知识点

对教材的再分析,让我们发现信息窗的安排与百分数的

发展史是相符的。百分数的意义是信息窗一的重要内容,也是核心概念的着力点,只有理解了百分数的意义,才能正确地解决实际问题,也就是信息窗二的知识点学习。相关链接沟通了百分数与分数、小数的相互改写,是解决信息窗二的基本技能。教材练习题中还注意将统计与概率领域的内容结合其中,丰富了百分数作为统计量的作用,与数学史内容同宗同源。在具体教学中,我将知识点重新组合,有了很多全新的尝试。

1. 把握百分数的本质

(1) 数学史带来全局观

认识百分数的过程是比较传统的概念教学,如何引入能引发学生的兴趣,产生学习的必须性呢?我通过制作百分数、百分号发展史的微课浓缩了它的发展史,以全景式的方式展示了它的发展脉络,有整体认识。

(2) 概念抽象要完整

概念教学中要对所出现的例子进行分析和再理解,与旧知识接壤,并能抽象出不同例子中共同的本质属性,这个过程要完整,不能仅凭局部的例子进行概念的抽象。

在实际教学中我以数学史的两次发展为脉,用不同的例子分别代表“部分与整体”的关系和“两个独立的量”的关系。研究“饮料中苹果汁的含量”,引导学生思考“可以超过100%吗?为什么?”,以“男、女教师的人数变化”,反思“为什么两个量的关系可以超过100%”。借助格子图中画一画,线段图比一比,对比两个例子中百分数的含义,更容易理解这两种不同的“比较”,从而凸显百分数的本质,即一个量是另一个量的百分之几。

(3) 概念理解要辨析

设计“根据情境选择合适的数”的练习,将百分数、分数放在其中,让学生有根有据地选择合适的数。学生可以结合不同的情境,分辨出哪些量表示两个独立的量,在什么条件下会出现大于100%的情况。除此之外,还在选择合适的数的过程中,辨析与分数的区别,形成分数模型的样貌,对百分数模型有更全面的认识。

教材的编排由易到难,由浅入深,而百分数的本质贯穿其中,是基础,也是根本。从全景式的初步感知,到完整的抽象过程,最后辅以多元化的辨析练习,这样的设计丰富了对百分数意义的理解,还是很有必要的。

2. 单元衔接,完善认知结构

百分数的实用性使得每个人对百分数都有一定的经验,都有话可说,但如何从经验式的“知道”,上升到数学概念

的“理解”，就需要从知识的相互联系中把握知识的形成和发展的逻辑线索，单元知识的学习不能忽视百分数与分数、小数的互化。承载着互化内容的“相关链接”安排在了信息窗一和信息窗二之间，有衔接作用。

(1) 应用概念，形成互化方法。例如把百分数化成小数有多种方法，从衔接的角度思考，可以引导学生应用百分数的意义，即一个数是另一个数的百分之几，将百分数转化成除法算式，移动小数点成小数。百分数化成分数，是从百分数的形式特点，即写成分母是100的分数，再化成最简分数。这些方法都是脱胎于百分数意义的理解，虽然少了情境引入，却会更凸显对百分数更本质特点的理解。

(2) 沟通比较，优化方法。虽然是从百分数的特点形成的互化思路，但加强沟通比较，能让学生从固定思路中掌握更直接、更便捷的方法。例如小数改写成百分数，可引导他们改写成的百分数与原来的小数比较，发现外在形式上有哪些变化，找到小数直接化成百分数的规律，形成方法。分数化百分数的学习中，学生可能会出现把分数化成分母是100的分数，也有可能出现利用分子除以分母得到小数，再化成百分数的方法。在实际教学中，可以将两种方法放在一起对比，让学生发现第二种方法更具有普遍性。

3. 把握现实应用，突出数量关系

百分数的发展史影响着我们的生活，重视在现实生活的应用，不仅能更准确地理解概念，还能感受到数学知识点在现实中的延伸。在信息窗一的教学中引入扇形统计图，引导学生用百分数的意义来理解统计数据；介绍恩格尔系数的含义，感受用百分数来分析人民生活水平的富足情况。这样的资料介绍，融入在实际教学中，能帮助学生拓宽知识结构，感受到百分数作为统计量的优势。在信息窗二中引入袁隆平的水稻培育实验，从过程的记录到数据的统计和分析，帮助学生从关注百分数在统计结果上的呈现，转而关注具体的统计过程，体现百分数不可替代的作用。

小学生的学习过程需要不断将新知建立在已有的经验之上，可迁移、可组合加工，成为更牢固的系统。在已经学习了百分数的意义后，解决“求一个数是另一个数的百分之几”问题时，需要帮助学生从理解意义到形成问题模型，如学生在解决“求一个数是另一个数百分之几”的问题时，明确是把谁看成单位“1”，用哪一个量去除哪一个量，这样的结果表示什么意思。从理解两个量的关系到会用算式来求，新知的小船始终拴在已有的经验之锚上。解决百分率的实际问题时，关键是将此问题转化成求一个数是另一个数的百分

之几的问题，引导学生思考是哪两个量的关系，以此迁移到上一个问题的解决。这样不仅能将知识融会贯通，还能起到举一反三的效果。

4. 抓住关键，形成解决问题的思路

从百分数知识的结构来看，百分数的基础知识，包括意义、读写法，与其他数的改写，基本应用等内容，都放在了六年级上册的学习。较复杂的百分数应用，如求一个数比另一个数多（少）百分之几的问题，有关利息、折扣的问题解决，学生也会在生活中经常接触，这部分知识放在了六年级下册中学习。

虽然跨越两册教材，但还需抓住关键，形成解决问题的思路。例如在解决“一个数比另一个数多（少）百分之几”问题时，可引导学生思考：这个问题实际是哪两个量在进行比较？是把哪一个量看作单位1？这样的问题是帮助学生在已形成的解决问题的思路上进行思考，始终从百分数意义的角度形成解决办法。当然这个问题还可以有其他方法解决，但从意义出发可让这些题目变化始终有本可依，能提炼出解题思路。

结语

在深入研究百分数的过程中，百分数的历史发展，让我的思路豁然开朗，摆在眼前的教材内容不再是薄薄的几页，一眼看到底的素材，小小的百分数有了厚重感。深入研究还让我更能将百分数的知识集中起来整体思考，不仅仅是六年级上下两册数的全面思考，也是更细致地从单元的角度来寻找信息窗的衔接点。教材读厚了，教学就需要更轻盈。在实践中，所有的设计都经过精心的筹划，不孤立而重联系，不烦琐却能启发学生思考。这样的课堂让学生们惊叹：百分号原来是这样！也会在了解了“恩格尔系数”后，马上就能关心人们的生活水平问题。他们会用上分数的知识来认识百分数，也能在不同的情境中辨析百分数与分数的异同。如果说这算是有“数学味”的课堂，那我想以此为动力，积蓄更多的经验，以数学的博大精深丰实自身，启迪学生。

参考文献

[1]曲佳蓝.百分数概念的理解及其教学研究[D].北京:首都师范大学,2014

作者简介

高绪洁(1977.03—),女,汉,籍贯:山东省青岛市,学历:大专,职称:一级教师,从事的研究方向或工作领域:小学数学教学研究。